مقارنة بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لبعض تصاميم القياسات المكررة

اطروحة مقدمة الى

مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة بغداد
وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة في الاحصاء

من قبل
سجى محمد حسين علي الهاشمي

باشراف
الاستاذ الدكتور ظافر حسين رشيد

١٤٢٦ هـ **٢٠٠٥ م**

A COMPARISOIN OF SOME PARAMETRIC AND NONPARAMETRIC METHODS FOR SOME REPEATED MEASURES DESIGNS

ADISSERTATION

SUBMITTED TO THE BOARD OF THE
COLLEGE OF ADMINISTRATION AND ECONOMICS AT
UNIVERSITY OF BAGHDAD
IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE
DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY IN STATISTICS

BY

SAJA M.H.ALHASHIMI

UNDER THE SUPERVISION OF PROFESSOR
DHAFIR H.RASHEED
(PH.D)

DECEMBER ٢٠٠٥

قرار لجنة المناقشة

اشهد اننا اعضاء لجنة المناقشة قد اطلعنا على الاطروحة الموسومة" مقارنة بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لبعض تصاميم القياسات المكررة" وقد ناقشنا الطالبة"سجى محمد حسين" في محتوياتها وفيما له علاقة بها ونعتقد بانها جديرة بالقبول لنيل درجة دكتوراه فلسفة في الاحصاء.

أ- د. عبد المجيد حمزة الناصر
رئيس اللجنة

أ. كمال علوان خلف المشهداني
عضوا

أ. م. د. احسان كاظم شريف
عضوا

أ.م. د. دجلة ابراهيم مهدي
عضوا

أ. م. د. بشرى علي يعقوب
عضوا

أ. د. ظافر حسين رشيد
المشرف

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد على قرار لجنة المناقشة في / /٢٠٠٥

أ. د. ظافر حسين رشيد
العميد
/ /٢٠٠٥

شكر وتقدير

الحمد والشكر لله رب العالمين

اتقدم بخالص شكري وتقديري الى استاذي الفاضل الاستاذ الدكتور ظافر حسين رشيد الذي تفضل بالاشراف على هذه الرسالة واغنائها برعايته العلمية وتوجيهاته القيمة وارائه السديدة .

كما اتقدم بالشكر الجزيل الى الاساتذه الافاضل رئيس واعضاء لجنة المناقشة الذين تفضلوا بقبولهم مناقشة الرسالة واغنائها بملاحظاتهم القيمة واتقدم بالشكر والتقدير والامتنان الى جميع اساتذة قسم الاحصاء.

كما اقدم شكري الى العاملين في مكتبة كلية الادارة والاقتصاد –جامعة بغداد والجامعة المستنصرية . كما اشكر كل من قدم يد العون لي خلال مدة اعداد هذه الاطروحة.

الباحثة

الملخص

في الكثيرمن الدراسات الطبية والتربوية والسيكولوجية (علم النفس)وعلم الاجتماع نشاهد بان المفردات (subjects) تتكرر تحت مختلف الشروط التجريبية(conditions) والتي تسمى بالمعالجات (treatments) وان البيانات المتجمعة من مختلف الوحدات التجريبية تفترض لان تكون مستقلة (independent) بصورة عامة. بينما لنفس الوحدة التجريبية تكون المشاهدات معتمدة (dependent) . ويطلق مصطلح تصاميم القياسات المكررة على هذا النوع من البيانات من حيث ان الاستجابة لكل وحدة تجريبية او مفردة(Subjects) تشاهد عند فرص متعددة او شروط متعددة . ان اهتمامنا سوف يكون في حالة متغير الاستجابة المفرد(Univariate) مقاسا عند شروط تجريبية متعددة .

وقد تعددت اساليب الاختبار بالاعتماد على عدد المعالجات سواء كان عدد المعالجات اثنتين او ثلاثة فاكثر لغرض اختبار فرضية عدم وجود فرق او تاثير بين المعالجات المختلفة لهذه التصاميم .

اما هدف هذه الدراسة فهو مقارنة الاختبارات للطرائق اللامعلمية بالاضافة الى الطريقة المعلمية لتصميم القياسات المكررة في حالة معالجتين من خلال تطبيقها على بيانات حقيقية. كذلك المقارنة بين الاختبارات لتصاميم القياسات المكررة في حالة ثلاثة معالجات فاكثر ومنها تصميم القطاعات الكاملة العشوائية في حالة توفر شروط تحليل التباين . والنموذج العام باتجاه واحد عندما لايفترض شكل محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك . واستعمال اسلوب المحاكاة للمفاضلة بين الاختبارات بالاعتماد على معياري احتمال الخطأ من النوع الأول وقوة الاختبار. وكذلك عرض اساليب الطرائق المقترحة من قبل الباحثة وتحليل نتائجها وذلك بمقارنتها مع الطرائق الاخرى للتصاميم المذكورة .

ABSTRACT

In many medical , educational , psychology and sociology studies we find that the same subjects repeated under different experimental conditions which called treatments. The collected data from different experimental units suppose to be independent while the observation for the same experimental units will be dependent .

The term repeated measures designs is called for this type of data in which the response for every experimental units or subjects is tested or measured under a number of different experimental conditions . Our attention will be on the case of a univariate response variable .

There are many procedures for testing the null hypothesis that there is no treatments effects, depends on the number of treatments . either the same subjects are tested under two treatments or tested under three treatments or more .

The aim of this study is comparing the tests for nonparametric and parametric methods of repeated measures designs for two treatments through applying the tests on true experiments data . and comparing the tests for nonparametric and parametric methods for three treatments or more, which included two designs which are the complete randomize block design when the ANOVA conditions are satisfied . And the One – way generalized repeated measures model when does not assume specified form of the variance-covariance matrix .

Simulation procedures are used in order to compare probability of type one error and power of the test for all methods . In addition , the researcher presented the suggested methods and analyzing the results by comparing them with the other methods for the mentioned designs .

قائمة المحتويات

١-١ المقدمة

في الكثيرمن الدراسات الطبية والتربوية والسيكولوجية (علم النفس)وعلم الاجتماع نشاهد بان المفردات (subjects) تتكرر تحت مختلف الشروط التجريبية(conditions) والتي تسمى بالمعالجات (treatments) في مصطلحات تصميم التجارب اذ ان وحدات التجربة (experimental units) يشار لها بالوحدات (subjects) او المفردات (individuals) وهي الناس مثلا في البحوث الاجتماعية. وان البيانات المتجمعة من مختلف الوحدات التجريبية تفترض لان تكون مستقلة (independent) بصورة عامة. بينما لنفس الوحدة التجريبية تكون المشاهدات غير مستقلة (dependent) باي درجة ما. ونتيجة لعدم الاستقلالية فان التحليل والتفسير لهذه الدراسات يصبح اكثر صعوبة من تصاميم التجارب الاخرى والتي تكون فيها المشاهدات مستقلة.

ويطلق مصطلح تصاميم القياسات المكررة على هذا النوع من البيانات من حيث ان الاستجابة لكل وحدة تجريبية او مفردة(Subject) تشاهد عند فرص متعددة او شروط متعددة . ويمكن ان يكون متغير الاستجابة بصورة مفردة او متعددة الا ان اهتمامنا سوف يكون في حالة متغير الاستجابة المفرد(Univariate) مقاسا عند شروط تجريبية متعددة .

من اهم الميزات لهذا النوع من التجارب هو ان القياسات المستحصلة تحت شروط معالجة مختلفة سوف تكون في كثير من التجارب مرتبطة بصورة كبيرة لانها تؤخذ عند نفس المفردة ولهذا فان ظهور مثل هذا الارتباط سوف يقلل من حد الخطأ في تحليل التباين لان كل مصادر التغاير بين الوحدات سوف يستخرج من الخطأ التجريبي ويبقى فقط التغاير داخل الوحدة التجريبية Within subject هو الداخل ضمن الخطأ التجريبي. وميزة اخرى تتعلق بعدد المفردات حيث انه اكثر اقتصاديا في الوقت والجهد عند اختيار نفس المفردات لكل معالجة. وكذلك يقتصد في عدد الوحدات الداخلة وخاصة في التجارب التي يكون فيها اكثر نفعا عند استخدام معالجات قليلة مثل (النبات ، الطبقات، ....). ملاحظة اخرى يمكن ان تذكر هي ان طبيعة مثل هذه المشاكل التجريبية تتطلب استخدام تصاميم القياسات المكررة. من الميزات الاخرى التي يمتاز بها هذا النوع من التصاميم هي بما ان الاهتمام منصبا على دراسة تاثير المعالجة خلال الزمن فسوف يكون الاهتمام منصبا على دراسة شكل المنحني .

من المساوىء التي تؤخذ على هذا النوع من التجارب هو ان الاداء للمعالجات السابقة يمكن ان يؤثر على الاداء للمعالجات اللاحقة الذي يمكن ان يعود الى اسباب متعددة منها الاجهاد ، او التمرين او بعض الظروف الاخرى والتأثيرات التي تظهر في مثل هذه الظروف تدعى احيانا بـ (carry –over effects). فان الباحث قد لايكون قادرا على ان يقرر وبوضوح من ان النتائج المستحصلة تحت المعالجات المختلفة تعود الى هذه المعالجات او الى (carry –over effects).

لغرض اختبار فرضية عدم وجود فرق او تاثير بين المعالجات المختلفة لهذه التصاميم فقد تم استعراض اهم الطرائق المعلمية في هذا المجال في حالة تحقق افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات. اما في حالة عدم تحقق هذا الافتراض فقد تم استعراض اكثر الطرائق اللامعلمية شيوعا في هذه الحالة. وقد تعددت اساليب الاختبار بحسب عدد المعالجات سواء كان عدد المعالجات اثنتين واذا كان عدد المعالجات المستخدمة ثلاث فاكثر .

لتبيان خطة البحث فقد قسمت الدراسة الى اربعة فصول معززة بالملاحق اذ تضمن الفصل الأول مقدمة وعرض لهدف البحث والخلفيات التاريخية للموضوع وبعض المفاهيم الاحصائية المستخدمة .

اما الفصل الثاني فقد تم استعراض الجانب النظري في تحليل القياسات المكررة اذ تم استعراض كافة الاختبارات الاحصائية في حالة استخدام معالجتين متضمنة الطريقة المقترحة من قبل الباحثة . وتم استعراض كافة الاختبارات الاحصائية في حالة ثلاث معالجات فاكثراذ تم دراسة حالتين الحالة الأولى تصميم القطاعات العشوائية الكاملة للقياسات المكررة اذ ان

المشاهدات داخل القطاع تفترض بان تكون متساوية الارتباط. ولقد استخدم تحليل التباين في هذا التصميم لغرض اختبار الفرضيات اذ ان استخدام تحليل التباين المعتاد يكون على بيانات تتوافر فيها الشروط الاساسية لهذا التحليل ليعطي نتائج يمكن الاستناد اليها في اتخاذ القرار الصحيح (مثل التوزيع الطبيعي ، تجانس التباين والتباين المشترك ،...) لهذا لابد من توافر تلك الشروط لكي يستخدم الاختبار المعلمي وبعكسه سوف تستخدم الاختبارات اللامعلمية التي تم عرضها بالاضافة الى الطريقة المقترحة من قبل الباحثة. وكذلك تم استعراض كافة الاختبارات الاحصائية للحالة الثانية عند استخدام اكثر من معالجتين وهي تصميم القياسات المكررة العامة باتجاه واحد وعندما لاتفترض اية افتراضات حول مصفوفة التباين والتباين المشترك. ومتضمنة كذلك الطريقة المقترحة من قبل الباحثة.

اما الفصل الثالث فيتكون من مبحثين المبحث الأول تضمن الجانب التجريبي اذ تضمن ثلاثة اجزاء الجزء الأول توصيف لانموذج المحاكاة المستخدم في تصميم القطاعات العشوائية للقياسات المكررة اذ تم وضع الانموذج الخاص لهذا التصميم اخذين بنظر الاعتبار الطريقة المقترحة من قبل الباحثين Ernest and Kepner (١٩٩٣) (٢٠). وكل مايتعلق لبناء هذا الانموذج من تأثيرات للمعالجات والمتوسط العام ومقادير الارتباط المختلفة . وقد اعطيت لجميع هذه المؤشرات قيما افتراضية مقترحة من قبل الباحثة فضلا عما يولده الحاسوب الالكتروني من قيم عشوائية للخطا التجريبي والقطاع . وكذلك يتضمن هذا الجزء توصيف لانموذج المحاكاة المستخدم في تصميم القياسات المكررة العامة باتجاه واحد اخذين بنظر الاعتبار كل مايتعلق لبناء هذا الانموذج من تأثيرات للمعالجات والمتوسط العام ومصفوفات التباين والتباين المشترك المختلفة وقد اعطيت لجميع هذه المؤشرات قيما افتراضية مقترحة من قبل الباحثة فضلا عما يولده الحاسوب من قيم عشوائية للخطا التجريبي. اما الجزء الثاني فقد كان عرض لاساليب توليد عدة انواع من المتغيرات العشوائية للحالتين المذكورتين في حالة استخدام اكثر من معالجتين والتي تتبع التوزيعات المستخدمة في المحاكاة اذ تم استخدام المحاكاة لتوليد بيانات تتوزع توزيعا طبيعيا وبيانات لاتتوزع توزيعا طبيعيا أي خرقا لشرط التوزيع الطبيعي . ومن ثم المقارنة بين افضلية الاختبارات عن طريق استخدام معيار احتمال الخطا من النوع الاول ومعيار قوة الاختبار لتحقيق هدف اساسي يتمثل في استنتاج افضل الطرائق التي تم دراستها. ولتحقيق ذلك الهدف تم صياغة انموذج المحاكاة بواسطة كتابة برنامج بلغة Qbasic من قبل الباحثة وتنفيذه. اما الجزء الثالث فقد تضمن تحليل لنتائج عملية المحاكاة للحالتين المذكورتين اعلاه.

تضمن المبحث الثاني تحليل بيانات تجربتين حقيقيتين في حالة استخدام معالجتين وفي حالة استخدام ثلاثة معالجات فاكثر ولنموذج تصميم القياسات المكرر العامة وباتجاه واحد.
اما الفصل الرابع فقد تضمن الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل اليها خلال البحث.

١-٢ الهدف

ان الهدف من هذه الدراسة هو مقارنة الاختبارات للطرائق اللامعلمية بالاضافة الى اختبار الطريقة المعلمية لتصميم القياسات المكررة في حالة معالجتين من خلال تطبيقها على بيانات تجارب حقيقية. وكذلك المقارنة بين الاختبارات لتصاميم القياسات المكررة في حالة ثلاثة معالجات فاكثر ومنها تصميم القطاعات الكاملة العشوائية في حالة توفر شروط تحليل التباين . ونموذج القياسات المكررة العام باتجاه واحد عندما لايفترض شكل محدد لمصفوفة التباين والتباين المشترك. واستعمال اسلوب المحاكاة للمفاضلة بين الاختبارات بالاعتماد على معياري احتمال الخطا من النوع الاول وقوة الاختبار. بالاضافة الى عرض اساليب الطرائق المقترحة من قبل الباحثة وتحليل نتائجها وذلك بمقارنتها مع الطرائق الاخرى للتصاميم المذكورة.

الخلفيات التاريخية

ان موضوع القياسات المكررة للحالتين المعلمية واللامعلمية اوجد له مكانا في المؤلفات الاحصائية سنذكر بعض تلك المصادر التي تيسرت لنا في موضوعنا.

في عام ١٩٥٦ استعرض الباحث .Siegle,S (٥١) في كتابه بعض الطرائق اللامعلمية ومنها الطرائق في حالة معالجتين مثل Wilcoxon Signed Rank Test وSign test .

وفي العامين (١٩٦٢ و١٩٧١) نشر الباحث (.Winer,bj)(٥٥) في كتابه وبالتفصيل وللحالة المعلمية بعض تصاميم القياسات المكررة في حالة اكثر من معالجتين.

وفي عام (١٩٦٨) تناول الباحثان .Bruning, J.L.&Kintz,B.L)(١١) وبالتفصيل القياسات المكررة في حالة معالجتين اواكثر وللحالة المعلمية وكذلك بعض الطرائق اللامعلمية في حالة معالجتين. مثل اختبارالاشارة Sign test للعينات المترابطة واختبار Wilcoxon Signed Rank

في عام (١٩٦٩) افترض ,Koch (٢٩) احصاءة لاختبار عدم وجود فرق اواختلاف في تاثير المعالجات المختلفة للتصاميم المختلطة وتصاميم القياسات المكررة واثبت بان الاحصاءة المفترضة تتوزع مربع كاي.

في عام (١٩٧١)استعرضت الباحثة .Gibbons,J.D (٢٢) في كتابها بعض الطرائق اللامعلمية المستخدمة في حالة معالجتين منها Sign test وWilcoxon Signed Rank Test.

عرض الباحث .Conover,W.J (١٧) وللطبعتين في السنوات ١٩٧١و ١٩٩٩ بعض الطرائق اللامعلمية في حالة معالجتين منها Sign test وWilcoxon Signed Rank Test وكذلك عرض اسلوب استخراج حدود الثقة ومقارنتها مع طرائق اخرى باستخدام مقياس ARE . وكذلك عرض طريقة Friedman في حالة اكثرمن معالجتين .

في عام (١٩٧٥) استعرض الباحث . Lapin,L.L (٣٢) في كتابه بعض الطرائق اللامعلمية مثل Sign test وWilcoxon Signed Rank Test.

كذلك نجده في الكتب المخصصة لدراسة حالات متعددة المتغيرات مثل كتاب (٥٣) .Timm,N.Hفي سنة (١٩٧٥) و.Morrison,D.R (٤٠) في سنة ١٩٧٦ اذ تم دراسة بعض تصاميم القياسات المكررة في حالة معالجتين اواكثر للحالة المعلمية .

وكتاب و.Fergason,G.A(٢٠) في سنة ١٩٧٦ و.Neter,J. Kuther,M.H.,Wasserman,W (٤٣) في سنة ١٩٨٥. اذ تم استعراض بعض تصاميم القياسات المكررة لعامل واحد ولعدة عوامل للحالة المعلمية.

اقترح .Raviv,A(٤٦) في عام١٩٧٨ احصاءة لامعلمية باستخدام عينة من توزيع ثنائي غير معلوم لاختبار الفرضية بان التوزيع الحدي هو اكبر من التوزيع الحدي الاخر واظهر بان الا حصاءة تتوزع توزيع محاذي للطبيعي . واوجد الكفاية النسبية بمقارنتها مع اختبار t للعينات ذات الحجوم الكبيرة ولعينات بحجم ٢٠ بواسطة دراسة محاكاة للحجم والقوة. واظهر بان القوة للاحصاءة المفترضة تفوق احصاءة اختبار t .

في عام ١٩٨٣ اقترح كل من .Lam,F.C.&Longnecker,M.T (٣١) احصاءة لاختبار تساوي التوزيعين عندما تكون العينة ذات توزيع ثنائي . وقارن الباحثان بين الاحصاءة المفترضة وعدد من الاختبارات المعلمية واللامعلمية باستخدام كفاءة بيتمان وللعينات الصغيرة واثبت بان الاحصاءة لها قوة مقاربة لاحصاءة paired t عندما تكون المعاينة من توزيع طبيعي ثنائي ولها قوة اكبر في حالات عديدة اخرى.

في عام (١٩٨٤) اقترح كل من Iman,Hora,Conover (٢٦) احصاءة لتحليل تصاميم القياسات المكررة بواسطة الرتب عند دراستهم لتحليل الرتب للقطاعات العشوائية وان هذه الاحصاءة تماثل احصاءة F في تحليل التباين لتصاميم القياسات المكررة واجروا دراسة محاكاة بينوا فيها ان سلوك احصاءتهم يكون محاذيا لتوزيع F بدرجة حرية (t-١) و(n-١)(t-١) .

في عام (١٩٨٦) استخدمت مجموعة من اختبارات الرتب من قبلPendergast& Agresti (٧) لمقارنة مجموعة من المعالجات في تصاميم القياسات المكررة متضمنة الاختبار الذي يعود الى احصاءة تحليل التباين للقطاعات العشوائية المطبقة علىالبيانات المبدلة بالرتب وكذلك افترضت احصاءة اخرى وهي تحويل الرتب لاحصاءة Hotteling للقياسات المكررة . وكذلك استخدمت هذه الاحصاءة على البيانات المصنفة المرتبة ordered categorical وقد تم احتساب القوة (power) تحت التوزيع الطبيعي مشيرة الى ان احصاءة الرتب المحولة لاحصاءة الـANOVA هي الاكثر قوة من الاختبارات الاخرى.

في عام(١٩٨٨) افترض كل من Keppner, J.L.&Robinson, D. H. (٢٩)شروطا كافية لضمان غاية التوزيع للاحصاءة المفترضة من قبل Agresti&Pendergast (٧) ليكون لها توزيع طبيعي متعدد المتغيرات وكذلك حصل على غاية التوزيع لاحصاءة Koch وبشروط اقل قيودا من شروط Kock وكذلك حصل على احصاءة RT والتي تشتق من ابدال القيم الاصلية بالرتب وتطبيقها على تحليل التباين اختبار Fللرتب. وكذلك احتسب ARE بمقارنة الاحصاءة المستخرجة مع الاحصاءات المناظرة القياسية كتحليل التباين واحصاءة Friedman وكذلك عرض مشكلة لاكتشاف البدائل المرتبة في تصاميم القياسات المكررة وبين بانه تحت شروط معينة فان احصاءة RT تشابه الاحصاءة المفترضة من قبل (١٩٦٣)Page .

في نفس العام قام الباحث العتر، عدنان(٢) باختبار ملائمة عدد من الطرائق المستخدمة لتوفيق منحنى النمو لتشكيلة متنوعة من البيانات ذات القياسات المكررة المولدة بطريقة مونت كارلو .

في عام ١٩٩٣ قام الباحث رضا،صباح (٣) باستعراض عدد من طرائق تحليل القياسات المكررة وعرض بعض نماذج النمو بصورة مختصرة وركز على نماذج متعددات الحدود لمتعدد المتغيرات واستعرض طريقة كاتري لتحليل النماذج وكذلك تحليل القياسات المكررة بواسطة الرتب وتحليل البيانات التي تحدث فيها قيم مفقودة لمجموعة واحدة ولعدة مجاميع .

في عام ١٩٩٣ اجرى كل من Ernest &Kepner (١٩) دراسة مونت كارلوا لاختبارات الرتب للاحصاءة المفترضة لتصاميم القياسات المكررة في حالة تصميم القطاعات الكاملة العشوائية عندما تكون المشاهدات داخل القطاع متساوية الارتباط ولكل من احصاءة Koch واحصاءة Kepner &Robenson و قارنها مع الطرائق المناظرة القياسية لتحليل التباين (ANOVA) و اختبار Friedman ولحجوم عينات مختلفة واعداد معالجات مختلفة ولعدد من التوزيعات.

في عام ١٩٩٤ اثبت الباحثان.Harwell,M.R&Serlin,R.C(٢٤) ومن خلال نتائج دراسة مونت كارلو بان اختبار Friedman ا و اي اختبار لامعلمي اخر مقاوم (robust) للانحراف الشديد عن تساوي التباين المشترك عندما يكون التوزيع متماثل (symmetric) او للانحراف المتوسط عندما يكون التوزيع ملتوي. واظهرت النتائج بان احتمال احتمال الخطا من النوع الاول للاختبار F المعلمي للتوزيع غير المتماثل الشديد الالتواء (heavy-tailed) اقل تاثيرا من الاختبارات اللامعلمية وفي حالة التباينات المشتركة غير المتساوية.

في عام ١٩٩٤ اثبت كل من Akritas& Arnold (٦) بان طريقة Rt هي مناسبة لاختبار الفرضيات عندما تكون لامعلمية بصورة كاملة بدلالة دوال التوزيع distribution function وفي حالة تصاميم القياسات المكررة باتجاه واحد وباتجاهين وافترض بان $\sum$ غير محددة بصورة كاملة . واثبتا بان احصاءة الرتب التي اقترحها تتوزع مربع كاي وكذلك اوجد حدود الثقة.

في عام ١٩٩٥ بحث كل من Chen&Cheng&Wang (١٦) دراسة مشكلة مقارنة مجموعة من المعالجات مع معالجة السيطرة في تصميم القياسات المكررة باتجاه واحد وذلك

باستخدام اجراءات الاختبار المتعدد المستند على البيانات الرتبية لتحديد اي من المعالجات هي الاكثرتاثيرا على معالجة السيطرة وقد عرضت النتائج باستخدام طريقة مونت كارلو ودراسة قوة الاختبار.

في عام ١٩٩٥ افترضBrunner&Puri &Shah (١٢) تصاميم ذات العينتين الطبقية حيث افترضت المعالجات والطبقات لتكون عوامل ثابتة . وان التفسير للتأثيرات اللامعلمية والفرضيات قد حلل بصيغتين من النماذج وهي النماذج الخطية والنماذج مع بدائل . وقد تم تقدير التأثيرات اللامعلمية بواسطة احصاءة الرتب لكل الطبقات . وتم اشتقاق طرائق للتصاميم الغير متزنه وكذلك للتصاميم الهيكلية الجزئية. وقد تم افتراض التصاميم بمعالجتين وعندما تكون الطبقات عشوائية وثابتة . وتم دراسة خواص الاحصاءة المفترضة من خلال دراسة محاكاة لعينة صغيرة .

في دراسة لكل منBrunner &Puri في عام ١٩٩٦ (١٣) بينا فيها طرائق القياسات المكررة للنماذج المختلطة(mixed) المختلفة وفي حالة الـ compound symmetry او بدونه ولعامل ثابت وعامل عشوائي وفي حالة العاملين الثابتين المتقاطعين وفي حالة تصاميم ذات الازواج المترابطة(matched pairs) ولقد اقترحا احصاءات مختلفة في حالة اختبار فرضية تساوي التوزيعين ولتصاميم مختلفة مثلا تصاميم الازواج المترابطة وتصميم العامل الواحد الهيكلي وتصميم العامل الواحد لقطاع ولـ n من مستويات المعالجة وn من القطاعات ولتصميم القطع المنشقة (a*b) وتصميم العاملين وتصميم (cross-classified) والتصاميم الشبكية (nested). ولتصاميم ذات الثلاث عوامل المختلطة مثلا تصميم الشبكي جزئيا(partially nested) وكذلك تصاميم العبور.

في عام ١٩٩٩ تناول كل من Brunner&Munzul&Puri (١٤) التصاميم العاملية مع القياسات المكررة. ولم يفترض البحث كما في بقية البحوث الاستمرارية لدالة التوزيع . وان النماذج المدروسة تضمنت تصاميم القياسات المكررة العامة وخصوصا تصاميم البيانات المصنفة وافترض بان متجهات المشاهدات يمكن ان تكون باطوال مختلفة وكذلك تضمن حالة القيم المفقودة وفي حالة مصفوفة التباين والتباين المشترك المفردة(Singular) . وقد بحثا الخواص المحاذية للاحصاءة المفترضة تحت الفرضيات اللامعلمية العامة وتحت سلسلة بدائل (cotiguous) اللامعلمية . واجريت النتائج على النموذج المختلط وباتجاهين وبافتراض حالة الـcompound symmetry .

في عام (٢٠٠٠) عرض Shesken,D. J.(٥٠) في كتابه وبالتفصيل بعض الطرائق اللامعلمية والمعلمية في حالة القياسات المكررة ولمعالجتين اواكثرمثل Paired –t وSign test وWilcoxon Signed Rank Test و Friedman .

في عام ٢٠٠٢ نشر كل من Brunner &Osgood(١٥) بحثهما حول الطرائق اللامعلمية للقياسات المكررة باستخدام معالجتين في حالة البيانات المفقودة. فقد استعملا دالة التوزيع لتعريف وتقدير تاثير المعالجة وصياغة الفرضية.وان الصيغة المفترضة هي امتداد لاختباريWilcoxon-Mann-Whitney و Kruscal-Wallis لتصاميم متعددة الابعاد العاملية وتصاميم القياسات المكررة. و استخدما مايسمى بالنموذج الحدي لتعريف المعالجة ولصياغة النموذج اللامعلمي المختلط. و استخدما عدة استرتيجيات لتحليل البيانات في حالة القيم المفقودة.

في عام (٢٠٠٤) نشر كل من Shah&Madden (٤٩) بحثا حول التحليل اللامعلمي للبيانات الاعتيادية في تصاميم التجارب العاملية باتجاهين متضمنا تصاميم القياسات المكررة وبينا كيفية تعديل تاثير العوامل التجريبية بالمعدل من خلال تقدير التأثيرات الحدية (marginal) النسبية . اذ ان بعض البحوث مثل بحوث الامراض النباتية يفترض بها استخدام مقاييس ordinal rating بدلا من مقاييس القياس المستمرة continuous scale of measurement اذ ان هذا النوع هو المستخدم في الطرائق اللامعلمية بصورة شائعة ولهذا فقد

استخدم في هذا البحث التصاميم العاملية باتجاهين متضمنا القياسات المكررة وبين كيفية قياس التأثيرات التجريبية للعوامل بالمعدل من خلال تقدير التأثيرات الحديةالنسبية.

في عام (٢٠٠٤) نشر Antoniou (٥)بحثا يتعامل مع التصاميم العاملية بحيث ان كل وحدة قد شوهدت تحت مجموعة من نقاط الزمن وفيها بيانات مفقودة وقد تم استخدام الطريقة اللامعلمية في تقدير دالة التوزيع التجميعية الحدية عند كل نقطة من الزمن واستخدمت لاختبار تاثير العوامل والتفاعل باستخدام طرائق الـ Kernel المفردة . وافترض ايضا اختبار التغاير المعدل للتأثيرات الرئيسية والتفاعلات للنموذج اللامعلمي الكامل ANCOVA .

٢-١ المقدمة

ان ابسط حالة لتصميم القياسات المكررة المتضمن من تجميع استجابتين للوحدة التجريبية الواحدة كما في حالة المقارنة بين معالجة السيطرة(دواء قياسي ، placebo او معالجة العدم) من ناحية والمعالجة التي تحت الاهتمام من ناحية اخرى .او عندما تجمع البيانات كقبل وبعد المعالجة لمجتمعات معينة وتسمى في بعض المصادرbefore-after design لاحتساب ما اذا كان التغير في السلوك معنويا عند فترة معينة من الزمن.

٢-٢ اختبار t _[٤٠]

اختبارt هو احدى الاختبارات الاحصائية التي تعتمد على توزيع t (٥٠) . يستعمل لاختبار الفرضيات للعينات غير المستقلة (dependent) وفي تصاميم القياسات المكررة عندما تشاهد نفس الوحدة التجريبية عند شرطين تجريبيين او معالجتين . يطبق هذا الاختبار على بيانات ذات مقياس فترة (Interval) / نسبة (Ratio) .

تنتخب مشاهدات العينة الواحدة بصورة عشوائية من المجتمع الذي تمثله. اذ ان التوزيع الطبيعي هو التوزيع الملائم لبيانات المجتمع الممثلة لهذين الشرطين التجريبيين او المعالجتين.

تفترض المعالجة في هذه الحالة بان لها تاثير تجميعي additive . ويمكن ان تكتب الاستجابة للمفردة i^{th} لمعالجة السيطرة (control) والشروط التجريبية

$$X_{i1} = \mu + e_{i1}$$

$$X_{i2} = \mu + \tau + e_{i2} \qquad .....(2-1)$$

حيث ان:

μ : هي تاثير المتوسط العام لكل الوحدات التجريبية .

τ : هي تاثير الشرط التجريبي.

e_{i1}, e_{i2} : هي حدود الخطأ العشوائي.

الصفة الاساسية لهذا النموذج هي ان الاخطاء العشوائية e_{i2},e_{i1} للمفردة i^{th} تعامل على انها مرتبطة.

اذا كانت الازواج e_{i1}, e_{i2} تتوزع طبقا الى التوزيع الثنائي الطبيعي مع المعلمات.

$$E(e_{i1}) = E(e_{i2}) = 0$$

$$VAR(e_{i1}) = \sigma_1^2 \quad , VAR(e_{i2}) = \sigma_2^2 \qquad ...(2-2)$$

$$COV(e_{i1}, e_{i2}) = \rho \ \sigma_1 \sigma_2$$

فلاختبار الفرضية

$$H_0 : \tau = 0 \qquad ...(2-3)$$

لتكن $d_i = x_{i2} - x_{i1} \quad , i = 1, 2, \ldots n \qquad \ldots(2-4)$

فاذا رمزنا لـ $\bar{d}$, S_d بالمتوسط والانحراف العياري لهذه الفروقات. حيث ان:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$S_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

فان احصاءة الاختبار للفرضية هي :

$$t = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s_d} \qquad ...(2-5)$$

التي تتوزع توزيع t بدرجة حرية (n-١).

في حالة عدم مساندة البيانات لفرضية العدم فان البدائل الشائعة هي:

$$H_1 : t < 0 \qquad ...(2-6)$$

او

$$H_1 : t > 0 \qquad ...(2-7)$$

او

$$H_1 : t \neq 0 \qquad ...(2-8)$$

اذ ان (٦-٢) و(٧-٢) هي الفرضية البديلة الاتجاهية directional alternative hypothesis . وتحسب باختبار باتجاه واحد حيث ان الفرضية (٦-٢) تتحقق اذا كانت $t < -t_{\alpha\,,\,n-1}$ وتتحقق الفرضية (٧-٢) اذا كانت $t > t_{\alpha\,,\,n-1}$

اما(٨-٢) فهي الفرضية البديلة الغير اتجاهية (nondirectinal alternative hypothses) وتحسب باختبار باتجاهين. وتتحقق اذا كانت $|t| > t_{\alpha/2\,,\,n-1}$

٢-٣ الطرائق اللامعلمية

لقد ظهرت العديد من الطرائق اللامعلمية والتي استخدمت لاختبار الفرضيات في تصاميم القياسات المكررة في حالة استخدام معالجتين . ومن اهم هذه الاختبارات هي:

٢-٣-١ اختبار الاشارة للازواج Binomial sign(Paired sign test)[٥٠]

يستخدم الاختبار اللامعلمي (p.s.t) في تصاميم القياسات المكررة او تصاميم العينات المترابطة او غير المستقلة(dependent) وهو امتداد لاختبار الاشارة لعينة واحدة(٥٠)(٤٣) . وتم تسميته بهذا الاسم لانه يفترض الاتجاه للفرق بين كل زوج من ازواج العينة والذي يعبر عنه باشارة موجبة اوسالبة.

في حالة اختبار الاشارة فانه يتطلب n من الوحدات (n زوج من الوحدات المترابطة) التي لها رتبتين (scores) (كل رتبة تم الحصول عليها تحت احدى المعالجتين). وتمثل بالرمزين $x_١, x_٢$ لكل وحدة .

اما عملية الحساب فتتم باحتساب الفرق بين الرتبتين والذي يرمز له بالرمز D حيث ان :

$$D = x_١ - x_٢ \qquad ... \quad (٩-٢)$$

وتحدد اشارة الفرق (D)الى كل زوج من الرتب . وتكون الاشارة موجبة(D^+) اذا كانت الرتبة الاعلى عند المعالجة الأولى(وهذا يعني$x_١>x_٢$). بينما اشارة الفرق تكون سالبة(D^-) (اذا كانت الرتبة العليا عند المعالجة الثانية(وهذا يعني اذا كان$x_٢>x_١$).

يستخدم هذا الاختبار لاختبار فرضية العدم القائلة بان المجتمع الممثل بواسطة العينة بان نسبة الوحدات التي تحصل على اشارة فرق موجبة يساوي ٠,٥ (حيث ان نسبة الوحدات التي تحصل على اشارة فرق موجبة للمجتمع المذكور تمثل بواسطة الرمز(π^{+}). اي ان فرضية العدم كما يلي:

$$H_0 : \pi^{+} = .5 \qquad ...(2-10)$$

ضد الفرضية البديلة بان نسبة الوحدات التي تحصل على اشارة فرق موجبة (وهذا يعني بان الرتبة العليا في المعالجة الأولى عن المعالجة الثانية لاتساوي ٠,٥). وهذه الفرضية تحسب باختبار باتجاهين.

او تكون الفرضية البديلة كما يلي :

$$H_1 : \pi^{+} \neq .5 \qquad ...(2-11)$$

اي ان نسبة الوحدات التي تحصل على اشارة فرق موجبة في عينة البيانات لاتساوي ٠,٥ وتختبر هذه الفرضية باتجاه واحد. او يمكن ان تكون الفرضية البديلة كما يلي:

$$H_1 : \pi^{+} > .5 \qquad ...(2-12)$$

$$H_1 : \pi^{+} < .5 \qquad ...(2-13)$$

ان توزيع المعاينة لاشارة الفرق تمثل متغير يتوزع توزيعا ثنائي الحدين (binomial dist.) باحتمالية متوقعة (٥.) لكل من تصنيفات الحادثتين المتنافيتين.(وهذا يعني اشارة الفرق الموجبة ضد اشارة الفرق السالبة)ان المنطق لاختبار الاشارة هو انه اذا كانت المعالجتين تمثلان المجتمعين بصورة متكافئة فان اشارة الفرق يجب ان تتوزع عشوائيا ولهذا يفترض بان المفردة التي تحصل على رتبة فرق مساوية للصفر فانها يجب ان تزال من التحليل . اي ان حجم العينة يقلل بعدد المفردات ذات رتبة الفرق المساوية للصفر. اذا كانت اشارة الفرق الحقيقية تتوزع عشوائيا فان نصف المفردات يجب ان تحصل على اشارة فرق موجبة ونصف المفردات يجب ان تحصل على اشارة فرق سالبة.

ان احصاءة الاختبار تطبق لاجل الحصول على احتمالية للحصول على x والتي تمثل عدد اشارات الفرق الموجبة لمجموعة بحجم n من الدرجات.

$$p(X \geq x) = \sum_{r=x}^{n} \binom{n}{x} \left(\pi^{+}\right)^{x} (\pi^{-})^{n-x} \qquad ...(2-14)$$

حيث ان :

π^{+}, π^{-} : نسبة الوحدات التي تحصل علىاشارة الفرق الموجبة والسالبة على التوالي.

n : تمثل عدد اشارة الفروق.

x : تمثل عدد اشارة الفروق الموجبة .

ان الرمز $\sum_{r=x}^{n}$ في الصيغة اعلاه يشير الى احتمالية الحصول على قيمة لـ x مساوية الى القيمة المشاهدة لعدد اشارات الفروق الموجبة وكذلك احتمالية كل القيم التي اكبر من القيمة المشاهدة لعدد اشارات الفروق الموجبة ولغاية القيمة n .

ان الطريقة الاكثر كفاءة للحصول على احتمالية الحصول على قيمة x المساوية الى او اكبر من العدد المشاهد من اشارات الفروقات الموجبة تحسب باستخدام جداول التوزيع الثنائي.الذي يعطي الاحتمالية التجميعية للتوزيع الثنائي. وترفض فرضية العدم اذا كانت القيمة الاحتمالية للحصول على قيمة اكبر من او تساوي x هي اقل من القيمة المحددة لـ α

في حالة حجوم العينات الكبيرة فان تقريب التوزيع الثنائي للتوزيع الطبيعي يستخدم لاختبار الاشارة للازواج المتقابلة مع او بدون معامل الاستمرارية (correction for contiuity) .

معادلة التقريب الطبيعي لاختبار الاشارة(بدون معامل الاستمرارية) تكون:

$$z = \frac{x - n(\pi^+)}{\sqrt{n(\pi^+)(\pi^-)}} \qquad ...(2-15)$$

حيث ان :

n : تمثل حجم العينة

معادلة التقريب الطبيعي لاختبار الاشارة(باستخدام معامل الاستمرارية) تكون

$$z = \frac{\left|x - n(\pi^+) - .5\right|}{\sqrt{n(\pi^+)(\pi^-)}} \qquad ...(2-16)$$

وان فرضية العدم ترفض اذا كانت القيمة المطلقة لـ z المستخرجة اكبر او تساوي القيمة الجدولية لمستوى المعنوية α.

٢-٣-٢ اختبار wilcoxon –matched paires signed-ranks [٥٠]

هو احدى الطرائق اللامعلمية والذي يستخدم في حالات اختبار الفرضيات في حالة معالجتين لتصاميم القياسات المكررة. وهو امتداد لاختبار wilcoxon signed-ranks المقترحة من قبل Frank wilcoxon عام ١٩٤٥(٥٤). ولاجل ان يطبق اختبار (W.M.P.S.R) فانه يتطلب n من الوحدات (n من ازواج الوحدات المترابطة(matched subject) لها فترتين(interval) / درجات نسبة(Ratio Scores) كل رتبة قد حصلت تحت واحد من اثنين من المعالجتين) ويتم احتساب فرق الرتبة لكل وحدة(او زوج من الوحدات المترابطة) بطرح رتبة المفردة تحت المعالجة ٢ من رتبة المفردة تحت المعالجة ١.

$$D = x_١ - x_٢ \qquad ...(٢\text{-}١٧)$$

ان الفرضية تحت اختبار(W.M.P.S.R). هي هل ان الوسيط لفرق الرتبة (والذي سنرمزله بـ θ_D) للمجتمعات المذكورة الممثلة بواسطة العينات / المعالجات) يساوي صفر ام لا. فاذا حصلنا على فروق معنوية فهذا يشير الى احتمالية عالية بان المعالجتين تمثلان مجتمعين مختلفين .

ان فرضية العدم المستخدمة في الاختبار هي:

$$H_٠ : \theta_D = ٠ \qquad ...(٢\text{-}١٨)$$

ان الوسيط لفرق الدرجات للمجتمعات المذكورة الممثلة للمعالجتين (١) و(٢) يساوي صفر. بالتقدير لبيانات العينة. فان هذا يحول الى ان مجموع الرتب لفرق الدرجات الموجب يساوي مجموع الرتب لفرق الدرجات السالب (وهذا يعني $\sum R^+ = \sum R^-$).

اما الفرضية البديلة فهي :

$$H_١ : \theta_D \neq ٠ \qquad ...(٢\text{-}١٩)$$

ان الوسيط لفرق الدرجات المجتمعات المذكورة الممثلة للحالتين (١) و(٢) هو قيمة اخرى غير الصفر. وبالتقدير لبيانات العينه ، ان مجموع الرتب لفرق الدرجات الموجبة والتي لاتساوي مجموع الرتب لفرق الدرجات السالب(وهذايعني $\sum R^{+} \neq \sum R^{-}$). ويحسب باختبار باتجاهين. او يمكن ان تكون الفرضية البديلة :

$H_1 : \theta_D > 0$

او

$H_1 : \theta_D < 0$

...(٢-٢٠)

اي ان مجموع الرتب لفرق الدرجات الموجبة والتي هي اما اكبر من مجموع الرتب لفرق الدرجات السالبة او اقل منه وهذا يعني ($\sum R^{+} > \sum R^{-}$) او($\sum R^{+} < \sum R^{-}$) على التوالي وتحسب باختبار باتجاه واحد.

هناك بعض الامور التي يجب ان تؤخذ بنظر الاعتبار عند اعطاء رتبا لفرق الدرجات في هذا الاختبار وهي:

١) ترتب القيم المطلقة لفرق الدرجات ($|D|$) ترتيبا تصاعديا (وهذا يعني اشارة فرق الدرجات لاتؤخذ بنظر الاعتبار

٢) عندما يكون فرق الدرجات مقداره صفر فلا تعطى رتبا وهذا يعني ازالة اية مفردة تؤدي الى فرق رتبة مساويا للصفر.

٣)عندما تتكرر الدرجات في البيانات فان معدل الرتب المتضمن يحدد الى جميع الدرجات المكررة للرتبة المعطاة.

٤)الرتبة (١) تحدد الى فرق الدرجات باقل قيمة مطلقة وان الرتبة (n_1) تحدد الى فرق الدرجات باعلى قيمة مطلقة. (n_1 : عدد اشارات الرتب غير الصفرية)

٥) وبعد ان يتم وضع الرتب للقيمة المطلقة لفرق الدرجات (scores) يتم وضع اشارة فرق الرتبة امام الرتبة ، ثم حساب مجموع الرتب للاشارات الموجبة ($\sum R^{+}$) ومجموع الرتب للاشارات السالبة ($\sum R^{-}$).

ان القيمة المطلقة لاصغر قيمة بين القيمتين $\sum R^{+}$ و $\sum R^{-}$ تحدد كنتيجة لاحصاءة اختبار T (W.M.P.S.R) . ان قيمة T تفسر بواسطة مقارنتها مع قيمة T الجدولية لاختبار (W.M.P.S.R). وان فرضية العدم ترفض اذا كانت قيمة T المحسوبة هي اقل من او تساوي القيمة الجدولية عند مستوي معين من المعنوية.

ويستخدم التقريب الطبيعي لاحصاءة (T) عند حجوم العينات الكبيرة على الرغم من ان المصادر لم تتفق على القيمة التي يكون فيها حجم العينة لغرض التقريب الى التوزيع الطبيعي فانه تستخدم الاحصاءة :

بدون استخدام معامل الاستمرارية

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \qquad ....(2-21)$$

حيث ان:
n : تمثل حجم العينة

باستخدام معامل الاستمرارية

$$Z=\frac{\left|T-\frac{n(n+1)}{4}\right|-.5}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \qquad ....(2-22)$$

وعند ظهور حالة تكرار في فروق الدرجات للمشاهدات فانه تستخدم المعادلة التالية:

$$Z=\frac{T-\frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}-\frac{\sum t_i^3-\sum t_i}{48}}} \qquad ...(2-23)$$

t : تمثل عدد الوحدات المتضمنة في كل مجموعة للرتب المكررة.

وفي جميع الحالات اذا كانت قيمة z المستخرجة اكبر من قيمة z الجدولية فيتم رفض فرضية العدم.

٢-٣-٣اختبار R

اقترح (١٩٧٨).Raviv,A (٤٦) اختبار الفرضية القائلة بان احدى التوزيعات العشوائية هي اكبر من الاخر وباستخدام عينة من توزيع ثنائي غير معلوم في حالة العينات المترابطة . وكما يلي:

لتكن $(x_1,y_1)(x_2,y_2).....(x_n,y_n)$ عينة عشوائية من مجتمع ثنائي بدالة توزيع تجميعية مستمرة غير معروفة $H(x,y)=p(X\le x\,,Y\le y)$. G ,F تشير الى التوزيعات الحدية Y,X على التوالي ، وهذا يعني:

$$F(x)=H(x,\infty)$$

$$G(x)=H(\infty,x)$$

فلاختبار فرضية العدم

$$H_0: F(x)=G(x) \qquad \forall x \qquad ...(2-24)$$

$$H_1: F(x)\le G(x) \qquad , \; F(x)\equiv G(x)\ \forall\ x$$

ان هذه الصيغة تظهر في كثير من الحالات البحثية وهي مناسبة عندما تكون العينتين بشكل ازواج (ليست مستقلة) ولاتتوزع توزيع طبيعي .

ان احصاءة الاختبار هي :

$$T = n^{1/2}[R/\{n(n-1)\} - .5]/\hat{\gamma}^{1/2} \qquad ...(2-25)$$

اذ ان T تتوزع توزيع طبيعي قياسي ويستخدم لاختبار فرضية العدم التي ترفض عند القيم الكبيرة لـ T حيث ان:

$$R = \sum_{i \neq j}\sum Z_{ij} = \sum\sum Z_{ij} - \sum\sum Z_{ii} \qquad ...(2-26)$$

اذ تعرف Z_{ij} كما يلي:

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 & x_i > y_j \\ 0 & ow \end{cases} \quad i, j = 1,2,\ldots n \qquad ...(2-27)$$

و $\hat{\gamma}$ هي تقديرمتسق لـ γ .

وتساوي:

$$\hat{\gamma} = \sum(T_i - \overline{T})^2/n$$

$$= \frac{\sum T_i^2}{n} - \overline{T}^2 \qquad ....(2-28)$$

$$= \sum\{(n-1)^{-1}\sum_{j \neq i}(Z_{ij} + Z_{ji})\}^2/n \; - \{\sum_{i \neq j}\sum(Z_{ij} + Z_{ji})^2/\{n(n-1)\}^2$$

وان

$$\overline{T} = \frac{\sum T_i}{n}$$

وان

$$T_i = \sum_{j \neq i}(Z_{ij} + Z_{ji})/(n-1) \qquad ....(2-29)$$

حيث انT_i هي مجموع نسبة الـ X_j's اكبر من Y_i's ونسبة كل Y_j's اقل منX_i's .
وترفض فرضية العدم اذا كانت $T > \Phi^{-1}(1-\alpha)$

٢-٣-٤ اختبار modified wilcoxon rank sum

اقترح كل من Longnecker& Lam,F.c. (٣١) طريقة لاختبار تساوي التوزيعات عندما تكون العينة من مجتمع ذي توزيع ثنائي.

لتكن$(X_١,Y_١),(X_٢,Y_٢),\ldots(X_n,Y_n)$ هي عينة عشوائية من مجتمع ثنائي بدالة توزيع مستمرة $F(x,y)$ ولتكن التوزيعات الحدية لـ X_i , Y_i هي $F_X(x)$, $F_Y(y)$ على التوالي فان فرضية العدم :

$$H_0 : F_X = F_Y \qquad ...(2-30)$$

لتكن $X_{(١)},X_{(٢)}, \ldots X_{(n)}$ هي احصاءة مرتبة للعينة X . لتكن $R_i(i=١,٢,٣,\ldots)$ تمثل الرتب لـ $X_{(i)}$ في العينة المركبة. أي ترتب القيم للعينتين Y,X تصاعديا ثم تعطى رتبا من

اصغر قيمة الى اكبر قيمة حيث ان اصغر قيمة تعطى رتبة (١) وثاني اصغر قيمة تعطى رتبة (٢) وهكذا وفي حالة وجود قيم متساوية فيؤخذ معدل الرتبة .

فان احصاءة الرتب لـ modified wilcoxon rank sum سوف تكون :

$$W_p = \sqrt{(2n+1)}\left\{\frac{1}{n(2n+1)}\sum_{i=1}^{n} R_i - \frac{1}{2}\right\} \Big/ \sigma_n \qquad ...(2-30)$$

حيث ان :

$$\sigma_n^2 = \frac{(1-\hat{\rho}_G)}{12}$$

ولتكن $\hat{\rho}_G$ هي معامل سبيرمان لارتباط الرتب وتساوي :

$$\hat{\rho}_G = \frac{12}{n(n^2-1)}\sum_{i=1}^{n} S_i T_i - \frac{3(n+1)}{(n-1)}$$

اذ ان S_i هي الرتب لـ X_i في العينةX .اي تعطى رتبة للعينة X من اصغر قيمة الى اكبر قيمة وكما مذكور اعلاه . وان T_i هي رتبة الـ Y_i في العينة Y .
وان W_p تتوزع توزيعا طبيعي قياسي عند مستوى معنوية α وترفض فرضية العدم (٣١) عندما $W_p \geq Z_{1-\alpha}$. النسبة المئوية لـ α-١ للتوزيع الطبيعي القياسي.

٢-٣-٥ الطريقة المقترحة

اقترح الباحث .Thompson,G.L (٥٢) احصاءة رتب الاشارة (Signed rank statistic) للمشاهدات المعتمدة حيث افترض احصاءة تحويل رتب الاشارة (Signed rank transform statistic) لنموذج العينة الواحدة المتعددة المتغيرات لاختبار الفرضية بعدم وجود فروق بين توزيعات الكثافة الاحتمالية التجميعية الحدية.
لقد اقترحت الباحثة استخدام تلك الطريقة لاختبار فرضية العدم القائلة بعدم وجود فروق معنوية لتأثيرات المعالجات المختلفة في تصاميم القياسات المكررة في حالة معالجتين مع اجراء بعض التحويرات عليها.
وفيما يلي عرض للطريقة :
لتكن $\underline{X}_k = \{X_{1k}, X_{2k}, ..., X_{rk}\}, 1 \leq k \leq n$ عينة عشوائية من مجتمع بدالة توزيع كثافة احتمالية تجميعية (c.d.f) هي $F(\underline{X})$. ولتكن $F_{ik}(x)$ تشير الى توزيع دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية (c.d.f) الحدية لـ X_{ik} وقد افترض بان توزيع دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية (c.d.f) الحدية هي مستمرة.
لتكن R_{ik} تمثل الرتب لـ X_{ik} , $1 \leq k \leq n, 1 \leq i \leq 2$ بين ٢n من المتغيرات العشوائية X_{ik} حيث ان:

$$R_{ik}=\sum_{b=1}^{2}\sum_{c=1}^{n}u(X_{ik}-X_{bc}) \qquad ,\{X_{ik}:1\le i\le 2\ ,\ 1\le k\le n\} \qquad ...(2-32)$$

اذ ان الدالة:

$$u(x)=\begin{Bmatrix}1 & if \quad x\ge 0\\ 0 & if\ x<0\end{Bmatrix}$$

وهذا يعني دمج قيم العينتين في عينة واحدة يطلق عليها X_{bc} ثم يطرح قيمة كل مشاهدة X_{ik} من كل قيمة من قيم العينه المركبة X_{bc} فاذا كانت النتيجة اكبر او مساوية للصفر فان نتيجة حاصل الطرح تساوي واحد واذا كانت النتيجة اقل من الصفر فان نتيجة حاصل الطرح تساوي صفر ثم تجمع القيمة الناتجة فيتم الحصول على قيمة R_{ik} للمشاهدة X_{ik} .

لاختبار الفرضية القائلة بتساوي تاثير المعالجات:

$$F_1(x)=F_2(x) \qquad ...(2-33)$$

يكون باستخدام احصاءة الرتب التالية :

$$S_n(i)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{b=1}^{2}d_{bk}(i)a_{bk} \qquad ...(2-34)$$

حيث $S_n(i)$ تمثل احصاءة الرتب.

وان d_{bk} هي ثوابت وتساوي : $d_{bk}(i)=1$ او 0 طبقا الى $b\ne i$ او $b=i$ على التوالي.

وان a_{bk} هي رتب الدرجة (Score ranks) والتي يتم الحصول عليها من دوال الدرجة(Score functions) φ وهي دالة قيم حقيقية غير صفرية معرفة في المدة (٠،١) وتتميز هذه الدوال بانها غير ثابتة وغير متناقصة وتحقق الاتي :

$$\int_0^1 \phi(u)du=0 \qquad ,\int \phi^2(u)\ du=A^2<\infty$$

حيث ان:

$$a_M(m)=\phi\left(\frac{m}{M+1}\right)$$

حيث ان :

m : تمثل المركبة m

M : حجم العينة

$$a_{ik}=a_n(R_{ik})$$

وللتبسيط يستخدم رتب الاشارة (Score ranks) التالية:

$$a_{ik}=(12)^{1/2}\left(\frac{R_{ik}}{n+1}-\frac{1}{2}\right)$$

ولهذا فان

$$\underline{S_n}=S_n(1),S_n(2)$$

وان مصفوفة التباين والتباين المشترك $\hat{\Sigma}$ هي ٢*٢ وتساوي:

$$\hat{\sigma}_n^2(i)=(n-1)^{-1}\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}-n^{-1}S_n(i))^2$$

$$\hat{\sigma}_n(i,j)=(n-1)^{-1}\sum_{i=1}^{n}(a_{ik}-n^{-1}S_n(i))(a_{jn}-n^{-1}S_n(j)) \qquad ...(2-35)$$

فان الاحصاءة المقترحة هي :

$$T=n^{-1}\underline{S_n}'\hat{\Sigma}^{-1}\underline{S_n}\approx\chi_r^2 \qquad ...(2-36)$$

وان الاحصاءة T هي مماثلة لاحصاءة Hotteling للاختبار ولكن باستبدال قيمة كل مشاهدة بالرتبة المقابلة لها .

٢-٤ تصاميم القياسات المكررة في حالة اكثر من معالجتين

عندما يجد الباحث بان هناك r من الاستجابات بدلا من ان يشاهد استجابتين للوحدة التجريبية المعطاة فقد اقترح الباحثون الكثير من الاختبارات سنتناول منها الحالات التالية:

٢-٤-١ تصميم القطاعات الكاملة العشوائية للقياسات المكررة

اعتبر بعض الباحثين بان تصميم القياسات المكررة لعينة واحدة كتصميم القطاعات العشوائية في هذه الحالة تعامل الوحدة التجريبية (subject) مثلا (مخزن ، نبته، مدينة، ... الخ). والتي تعطى كل المعالجات تحت الدراسة كقطاع وتخصص المعالجات عشوائيا على الوحدات التجريبية [٤٢][٥٣]. وفي تصاميم القياسات المكررة ،ان الوحدات التجريبية او القطاعات (subjects) قد اعتبرت لتكون عينة عشوائية من المجتمع . وان تاثير المعالجات ثابت. لهذا يمكن كتابة الانموذج الخطي المختلط لهذا التصميم كما يلي:

$$X_{ij}=\mu+B_i+\tau_j+\epsilon_{ij} \qquad ...(٢\text{-}٣٧)$$

$$i=١,٢,\ldots,n \quad , \quad j=١,٢,\ldots,r$$

حيث ان:

μ : المتوسط العام

B_i: التأثير العشوائي للقطاع i

τ_j : التأثير الثابت للمعالجة j طبقا الى القيد $\sum_{j=1}^{r}\tau_j=0$

ϵ_{ij} : الخطأ العشوائي

٢-٤-١-١ اختبار تحليل التباين (F)

لتكن X_{ij} تمثل المشاهدة للقطاع i^{th} وعمود المعالجة j^{th} وان البيانات مرتبة كما يلي :